УДК 539.43

ПОСТРОЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ В УСЛОВИЯХ ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ И СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

А.А. Максименко, С.Я. Куранаков

Алтайский государственный технический университет. г. Барнаул
E-mail: sle@agtu.secna.ru

На основе структурной модели материала развивается расчетная методика описания диаграмм малоциклового деформирования при сложном напряженном состоянии, учитывающая деформационную анизотропию и циклическую нестабильность материала.

Оценка долговечности в условиях упругопластического деформирования при переменных напряжениях связана с решением двух задач. С одной стороны необходимо построить зависимости между напряжениями и деформациями для идентификации петель макропластического гистерезиса и длины пути одностороннего пластического деформирования. С другой стороны нужно рассчитать поврежденность на каждом этапе деформирования и определить число циклов, а иногда и длину пути пластического деформирования до момента полного разрушения. Обе задачи в настоящее время решаются достаточно удовлетворительно в случае линейного и сложного напряженного состояния. Но для таких условий как произвольный путь пластического деформирования, нестационарность напряжения ощущается недостаток как теоретических, так и экспериментальных данных.

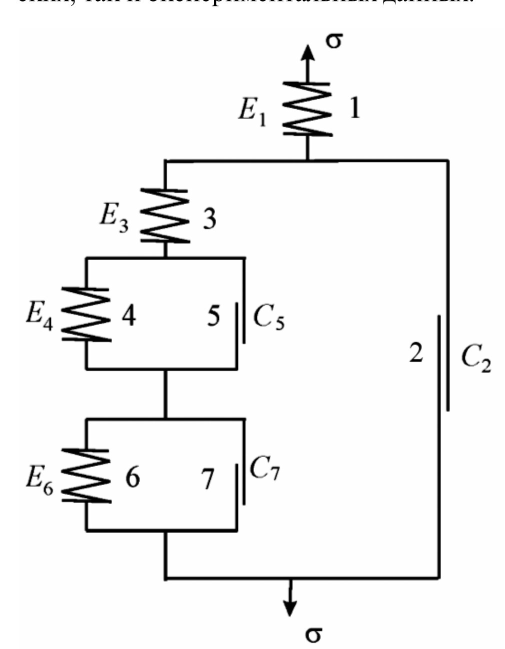


Рис. 1. *Структурная модель материала*

Одним из основных вопросов, возникающим при решении первой задачи в общей постановке, является вопрос об уравнениях механических состояний, описывающих связь между текущими значениями напряжений и деформаций в зависимости от режима нагружения. В работах [1–3], при отсутствии ползучести, такие уравнения получаются на основе структурной модели материала, разработанной на кафедре сопротивления материалов СПбГПУ (рис. 1). По этой модели строится алгоритм расчета деформирования с учетом деформационной анизотропии, циклической нестабильности материала и одностороннего накопления пластических деформаций, как для одноосного, так и для сложного напряженного состояния и термомеханического нагружения. Экспериментальной базой для построения расчетных диаграмм циклического деформирования являются кривые деформирования, полученные при одноосном напряженном состоянии.

Из структурной модели выводятся уравнения механических состояний для расчета петель макропластического гистерезиса и односторонне накопленной пластической деформации. Параметрами модели являются коэффициенты жесткости упругих звеньев E_1, E_3, E_4, E_6 и предельные сопротивления проскальзыванию C_2, C_5, C_7. Эти постоянные подбираются по диаграмме циклического деформирования в условиях циклического растяжения и сжатия (рис. 2). Наиболее полная диаграмма может быть получена при симметричном цикле изменения напряжения. Для определения значений параметров модели плавная кривая деформирования аппроксимируется с помощью ломанной, состоящей из трех прямолинейных участков. Указанные постоянные подбираются по ординатам и углу наклона этих участков и по формулам

$$E_4 = \frac{E_3 \cdot E_4'}{E_3 - E_4'}; \quad E_6 = \frac{E_3 \cdot E_4 \cdot E_6'}{E_3 \cdot E_4 - E_3 \cdot E_6' - E_4 \cdot E_6'}.$$

Параметры модели определяются лишь после наработки нескольких циклов, в то время как диаграмма деформирования в нулевом полуцикле еще отвечает обычной диаграмме статического растяжения. Параметры модели имеют размерность напряжения. Усилия, деформирующие модель, соответствуют напряжению σ. Относительное смещение точек приложения этих усилий – деформации ε.

Из структурной модели следуют зависимости между напряжениями и пластическими деформациями в нулевом полуцикле нагружения. В интервале напряжения $C_2<\sigma_i\leq(C_2+C_5)$ появляется пластическая деформация звена 2, равная деформации звена 3, в то время как звенья 4–7 еще не работают. Эта деформация равна

$$e_{ij} = \frac{3}{2} \cdot \frac{s_{ij}}{\sigma_i} \cdot \frac{\sigma_i - C_2}{E_3}.$$

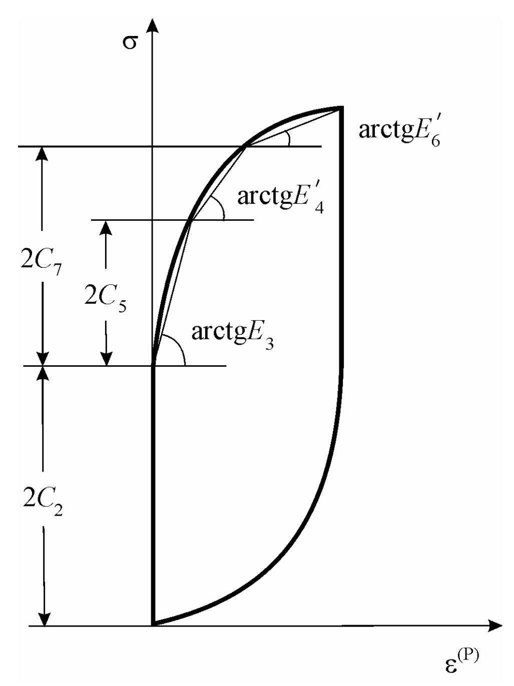


Рис. 2. Диаграмма циклического деформирования

Далее при $(C_2+C_5)<\sigma_i\le(C_2+C_7)$ с дополнительным условием $C_7>C_5$ в работу включаются звенья 4 и 5, причем

$$e_{ij}=\frac{3}{2}\cdot\frac{s_{ij}}{\sigma_i}\cdot\frac{\sigma_i-C_2}{E_3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{s_{ij}}{\sigma_i}\cdot\frac{\sigma_i-C_2-C_5}{E_4},$$

и, наконец, при $\sigma_i>(C_2+C_7)$ работают все звенья

$$e_{ij}=\frac{3}{2}\cdot\frac{s_{ij}}{\sigma_i}\cdot\frac{\sigma_i-C_2}{E_3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{s_{ij}}{\sigma_i}\cdot\frac{\sigma_i-C_2-C_5}{E_4}+$$

$$+\frac{3}{2}\cdot\frac{s_{ij}}{\sigma_i}\cdot\frac{\sigma_i-C_2-C_7}{E_6},$$

где s_{ij} – компоненты девиатора напряжений.

После прохождения максимального значения напряжения вся система из звеньев 2–7 сначала превращается в абсолютно твердое тело, а затем начинает деформироваться в обратном направлении.

Ход дальнейших расчетов в следующих полуциклах сводится к следующему. Для расчета обратных деформаций переходим к трем новым началам отсчета по соответствующей компоненте девиатора напряжений. С этой целью каждая компонента s_{ij} уменьшается на величины

$$s_{ij}=\frac{C_2}{\sigma_i};\quad s_{ij}=\frac{C_2+C_5}{\sigma_i};\quad s_{ij}=\frac{C_2+C_7}{\sigma_i},$$

соответственно (рис. 3).

Общее выражение для расчета компонентов девиатора деформаций получается таким [4]

– при $\sigma'_i>C_2$, но $\sigma''_i\le(C_2+C_5)$

$$e_{ij}=\frac{3}{2}\cdot\frac{s'_{ij}}{\sigma'_i}\cdot\frac{\sigma'_i-C_2}{E_3},$$

– при $\sigma''_i>(C_2+C_5)$, но $\sigma'''_i\le(C_2+C_7)$

$$e_{ij}=\frac{3}{2}\cdot\frac{s'_{ij}}{\sigma'_i}\cdot\frac{\sigma'_i-C_2}{E_3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{s''_{ij}}{\sigma''_i}\cdot\frac{\sigma''_i-C_2-C_5}{E_4},$$

– при $\sigma'''_i>(C_2+C_7)$

$$e_{ij}=\frac{3}{2}\cdot\frac{s'_{ij}}{\sigma'_i}\cdot\frac{\sigma'_i-C_2}{E_3}+\frac{3}{2}\cdot\frac{s''_{ij}}{\sigma''_i}\cdot\frac{\sigma''_i-C_2-C_5}{E_4}+$$

$$+\frac{3}{2}\cdot\frac{s'''_{ij}}{\sigma'''_i}\cdot\frac{\sigma'''_i-C_2-C_7}{E_6}.$$

Здесь s'_{ij}, s''_{ij}, s'''_{ij}, σ'_i, σ''_i, σ'''_i – компоненты девиатора напряжений и интенсивности, отсчитываемые от состояния разгрузки звеньев 2, 5 и 7 соответственно. Эти величины можно представить в виде

$$s'_{ij}=s_{ij}-\alpha'^{(k)}_{ij};\; s''_{ij}=s_{ij}-\alpha''^{(k)}_{ij};\; s'''_{ij}=s_{ij}-\alpha'''^{(k)}_{ij};$$

$$\sigma'_i=\sqrt{\frac{3}{2}\sum(s'_{ij})^2};\sigma''_i=\sqrt{\frac{3}{2}\sum(s''_{ij})^2};\sigma'''_i=\sqrt{\frac{3}{2}\sum(s''')^2},$$

где s_{ij} – компоненты девиатора напряжений, определяемые относительно исходной координаты; $\alpha'^{(k)}_{ij}$, $\alpha''^{(k)}_{ij}$, $\alpha'''^{(k)}_{ij}$ – ординаты новых начал отсчета (рис. 3) для k-ого полуцикла, откладываемые от исходной системы отсчета, находятся по формулам

$$\alpha'^{(k)}_{ij}=\alpha'^{(k-1)}_{ij}+s'^{(k-1)}_{ij}\left(1-\frac{C_2}{\sigma'_i}\right);$$

$$\alpha''^{(k)}_{ij}=\alpha''^{(k-1)}_{ij}+s''^{(k-1)}_{ij}\left(1-\frac{C_2+C_5}{\sigma''_i}\right); \qquad (1)$$

$$\alpha'''^{(k)}_{ij}=\alpha'''^{(k-1)}_{ij}+s'''^{(k-1)}_{ij}\left(1-\frac{C_2+C_7}{\sigma'''_i}\right).$$

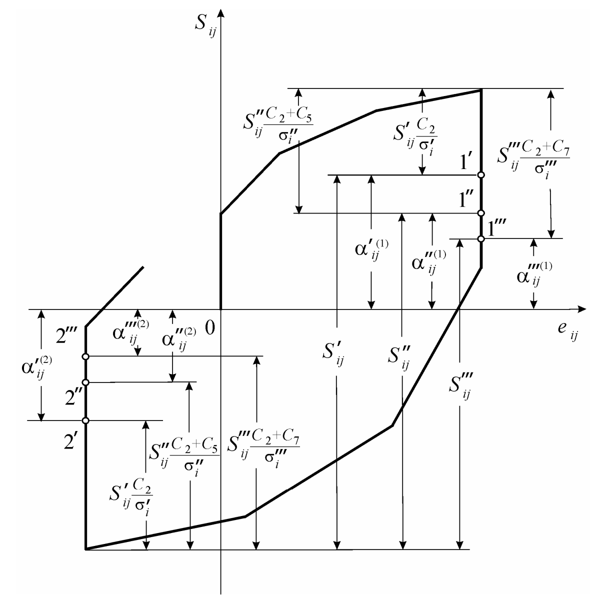


Рис. 3. Расчетная диаграмма циклического деформирования при сложном напряженном состоянии

Отметим, что для удобства вычислений направления отсчета деформаций и напряжений сохраняются всегда неизменными, так что при нагрузке в обратном направлении величины оказываются отрицательными. Это замечание существенно в связи с тем, что при построении обобщенных диаграмм

циклического деформирования направление отсчета деформаций в первом полуцикле меняется.

Данная методика позволяет строить диаграммы пластического деформирования для каждого компонента девиатора напряжений s_{ij} на основе исходной информации, полученной при испытании образцов на малоцикловую усталость при одноосном напряженном состоянии.

Для расчета и построения диаграмм циклического деформирования разработана программа для ПЭВМ.

В общем случае непропорционального нагружения весь путь разбивается на ряд участков, в пределах которых нагружение является пропорциональным. При переходе к каждому очередному участку в зависимости от значений σ_i', σ_i'', σ_i''' производится разгрузка и определяются новые значения координат (1).

Для проверки и уточнения модели упругопластического деформирования материалов необходимо располагать набором экспериментальных данных, включающих в себя результаты базовых экспериментов, позволяющих определять параметры, входящие в соотношения модели и характеризующие материал. Как уже отмечалось, для нашей модели базовыми являются одноосные испытания на простое растяжение и циклическое растяжение-сжатие. Вместе с тем класс процессов деформирования, описываемый моделью, должен быть шире того, который охвачен базовыми опытами. Очевидно, требуемое количество и сложность этих опытов могут возрастать при необходимости описания все более и более сложных процессов деформирования материала.

Для апробации и установления границ применимости модели воспользуемся результатами серии экспериментов по исследованию упругопластического деформирования стали 45 [5]. Там же можно найти описание методики проведения испытаний, чертежи и технологию изготовления образцов.

Из сравнения теоретических расчетов по структурной модели пластичности с опытными данными по деформированию стали 45 можно сделать вывод о том, что эта модель пригодна, по крайней мере, для описания установившегося циклического деформирования материала при изменении нагрузки в фиксированных пределах, а также для расчетов по путям нагружения с монотонно меняющимися напряжениями. В случае периодического нагружения поведение материала однозначно определяется экспериментальными данными, заключенными в стационарной циклической диаграмме деформирования, в то время как при монотонном нагружении лучше пользоваться коэффициентами, полученными из диаграммы одноосного растяжения.

В заключении можно сделать следующий вывод о том, что рассматриваемая структурная модель пластичности удовлетворительно описывает деформации материалов, обладающих преимущественно кинематическим упрочнением в условиях циклического нагружения с ограниченными размахами напряжений. Однако для материалов с изотропно-кинематическим упрочнением модель с переменным коэффициентом C_2 дает более удовлетворительные результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пенкин А.Н. Малоцикловая усталость конструкционной стали при сложном напряженном состоянии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1985. – 16 с.
2. Раимбердиев Т.П. Малоцикловая усталость сталей при нестационарном термомеханическом нагружении и сложном напряженном состоянии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1988. – 16 с.
3. Павлов П.А. Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность. – Л.: Машиностроение, 1988. – 252 с.
4. Куранаков С.Я., Раимбердиев Т.П. Построение диаграмм малоциклового деформирования при сложном напряженном состоянии. – Барнаул, 2004. – 14 с. – Деп. в ВИНИТИ 26.01.04, № 135–В2004.
5. Упругопластическое деформирование стали 45 при сложном нагружении / А.С. Вавакин, В.В. Викторов, А.Б. Мосолов и др. – М.: ИПМ АН СССР, 1988. – 36 с. – (Препр. / Ин-т проблем механики АН СССР; № 359).